TẠP CHÍ ĐIỆN TỬ CỦA BỘ XÂY DỰNG
JOURNAL OF CONSTRUCTION

TẠP CHÍ XÂY DỰNG - eISSN 3030-4482

Ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn và lập trình MATLAB trong tính toán phản lực gối đỡ hệ trục tàu thủy

Applying the finite element method and MATLAB programming in computation of bearing reaction forces for ship's shaft systems

THS Lê Đình Dũng
Trường Đại học Hàng hải Việt Nam
Email: dungld.mtb@vimaru.edu.vn

THÔNG TIN BÀI BÁO
Chuyên mục: Khoa học công nghệ
Ngày nhận bài: 29/6/2026
Ngày sửa bài: 06/7/2026
Ngày chấp nhận đăng: 15/7/2026
Ngày xuất bản Online: 21/7/2026
Tác giả liên hệ:
Email: dungld.mtb@vimaru.edu.vn

TÓM TẮT

Bài báo trình bày việc nghiên cứu, xây dựng mô hình phần tử hữu hạn (PTHH) và thuật toán giải nhằm xác định phản lực tại các gối đỡ của hệ trục tàu thủy. Khắc phục nhược điểm của các phương pháp tính gần đúng truyền thống như phương pháp hệ phương trình 3 mô-men, nghiên cứu đã xây dựng mô hình dầm chịu uốn siêu tĩnh nhiều nhịp và lập trình thành công chương trình tính toán bằng ngôn ngữ MATLAB mang tên MatBeam. Các kết quả tính toán mô phỏng trên hệ trục của tàu Trường Sa 14 khi đối chiếu với phần mềm thương mại chuyên dụng Autodesk Inventor cho thấy sự tương đồng cao về quy luật biến thiên, khẳng định tính chính xác và độ tin cậy của thuật toán.

Từ khóa: Phần tử hữu hạn; phản lực gối đỡ; hệ trục tàu thủy; MATLAB.

ABSTRACT

The article presents the research on developing a finite element model and a solving algorithm to determine the reaction forces at the bearings of the ship's shaft system. Overcoming the disadvantages of traditional approximate computation methods such as the 3-moment equations, the study has developed a multi-span statically indeterminate bending beam model and successfully programmed a computation software using MATLAB named MatBeam. The simulation results on the shaft system of the Truong Sa 14 ship, when compared with the specialized commercial software Autodesk Inventor,

show high consistency in variation laws, confirming the accuracy and reliability of the algorithm.

Keywords: Finite element method (FEM); bearing reaction force; ship's shaft system; MATLAB.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

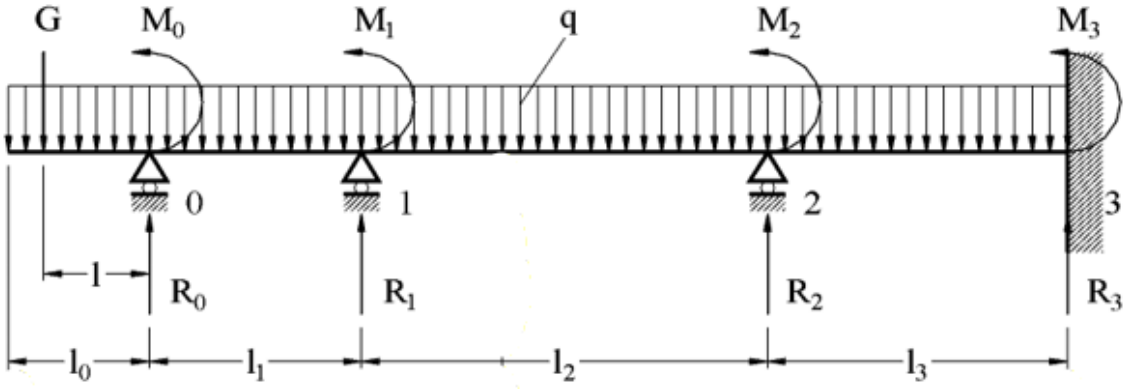
Tính nghiệm bền hệ trục là công việc quan trọng trong quá trình thiết kế hệ thống động lực tàu thủy, trong đó bài toán xác định phản lực tại các gối đỡ đóng vai trò mấu chốt [1-3]. Thực tế giảng dạy và thiết kế tàu thủy ở Việt Nam hiện nay, các phương pháp tính toán phản lực gối trục chủ yếu sử dụng phương pháp gần đúng, thường dừng lại ở việc giải hệ phương trình 3 mô-men. Phương pháp này mang tính đơn giản hóa kết cấu và trạng thái chịu tải thực tế của hệ trục như mô-men uốn tại một gối chỉ bị ảnh hưởng bởi mô-men của 2 gối liền kề và bỏ qua độ sụt gối, do đó cho kết quả kém chính xác [1, 4]. Một số tác giả nghiên cứu và đưa thêm yếu tố ảnh hưởng là độ sụt gối của 2 gối trục liền kề gối đang khảo sát để có hệ phương trình 5 mô-men mô tả bài toán [2, 4].

Trên thế giới, bài toán này đã được giải quyết tự động trong các phần mềm phân tích PTHH thương mại như ANSYS hoặc Autodesk Inventor. Tuy nhiên, thuật toán bên trong các phần mềm này đều được giữ kín [2]. Ngoài ra, phương pháp PTHH đã chứng minh là công cụ vạn năng để giải quyết các bài toán phức tạp về phân tích trạng thái ứng suất, biến dạng của kết cấu cơ khí. Vì vậy, việc nghiên cứu xây dựng mô hình toán với hệ phương trình 5 mô-men bằng phương pháp PTHH và lập trình trên ngôn ngữ MATLAB là cần thiết, giúp làm chủ công nghệ tính toán, đảm bảo kết quả chính xác, phục vụ hiệu quả cho thiết kế đóng tàu hiện đại và công tác nghiên cứu.

2. MÔ HÌNH PTHH VÀ CHƯƠNG TRÌNH TÍNH TOÁN

2.1. Xây dựng mô hình PTHH tính phản lực gối đỡ

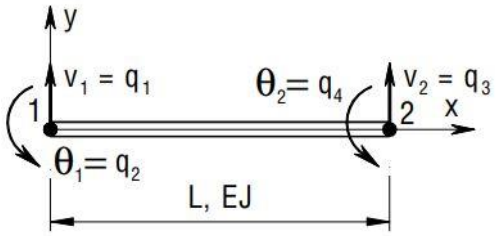
Hệ trục tàu thủy được mô hình hóa thành một dầm đàn hồi liên tục nhiều nhịp, tựa trên các gối đỡ tương ứng tại vị trí các gối trục thực tế, đầu nối với bánh đà hoặc hộp số được coi là ngàm (Hình 1). Các ngoại lực tác dụng được xem xét bao gồm trọng lượng chân vịt (G), trọng lượng bản thân trục và thiết bị hệ trục (q), tức là chỉ bao gồm các lực và mô-men nằm trong mặt phẳng vuông góc với tâm trục. Trong mô hình này, các mô men uốn (M_i, i = 0,1,2,3) và phản lực (R_i) tại các gối là ẩn số cần tìm, còn các đại lượng khác là thông số đã biết, có thể xác định được từ kết cấu hệ trục thực tế như chiều các nhịp l, l_0,…, l_3. Nếu các đoạn trục có các trọng lượng đơn vị khác nhau thì chọn theo hướng thiên về an toàn cho hệ trục, tức là chọn đơn vị trọng lượng trục lớn nhất. Trong quá trình tính toán, bỏ qua trọng lượng của các bích nối.



Hình 1. Mô hình hóa hệ trục tàu thủy trong tính phản lực gối đỡ [3]

Để áp dụng phương pháp PTHH giải mô hình trên, phần tử dầm chịu uốn 2 nút được sử dụng (Hình 2). Tại mỗi nút có 2 bậc tự do là chuyển vị thẳng theo phương *y* còn gọi là độ võng (*v*) và góc xoay quanh trục *z* (*θ*). Vector chuyển vị nút của phần tử được xác định bởi công thức (1). Để tính toán, chuyển vị được xấp xỉ hóa bằng các hàm đa thức bậc 3 (hàm Hermite) và được nội suy qua vector chuyển vị nút phần tử [3].

$$\{q\}^e = [v_1, \theta_1, v_2, \theta_2]^T \tag{1}$$



Hình 2. Chuyển vị nút của phần tử dầm chịu uốn [3]

Đối với toàn bộ kết cấu hệ trục, ma trận độ cứng kết cấu [*K*] và vector tải kết cấu {*P*} được tiến hành lắp ráp từ các ma trận phần tử $[K]^e$ và vector tải kết cấu $\{P\}^e$ thông qua một ma trận định vị phần tử $[L]^e$ như trình bày trong các phương trình (2) đến (5) [2, 3].

$$[K] = \sum([L]^e)^T [K]^e [L]^e \tag{2}$$

$$\{P\} = \sum ([L]^e)^T \{P\}^e [L]^e \tag{3}$$

$$[K]^e = \frac{EJ}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ & & 12 & -6L \\ \text{Sym.} & & & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$[P]^e = \begin{bmatrix} \frac{qL}{2} \\ \frac{qL^2}{12} \\ \frac{qL}{2} \\ -\frac{qL^2}{12} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Hệ phương trình cơ bản của kết cấu dầm có dạng đại số tuyến tính như phương trình (6). Bằng cách áp đặt các điều kiện biên tại các vị trí ngàm hoặc gối tựa nhằm triệt tiêu sự suy biến của ma trận, ta có thể giải hệ phương trình (7) để tìm ra các chuyển vị nút $\{q\}^*$, từ đó tính ngược lại các giá trị lực cắt, mô-men uốn và phản lực tại các gối đỡ [2, 4].

$$[K]\{q\} = \{P\} \tag{6}$$

$$[K]^* \{q\}^* = \{P\}^* \tag{7}$$

2.2. Thuật toán giải và chương trình MatBeam

Hệ phương trình đại số tuyến tính cơ bản của hệ trục thu được bằng phương pháp PTHH (7) có thể được giải bằng các phương pháp chính xác (Cramer, Gauss) hoặc phương pháp lặp. Tuy nhiên, trong môi trường lập trình MATLAB, hệ phương trình tuyến tính này được giải quyết nhanh chóng và trực tiếp thông qua một dòng lệnh $\{q\}^* = ([K]^*)^{-1}\{P\}^*$. Dựa trên nguyên lý đó, tác giả đã lập trình một phần mềm chuyên dụng mang tên MatBeam.

Sơ đồ thuật toán của MatBeam được thiết kế chặt chẽ qua các bước chính sau đây:

(1) *Nhập dữ liệu:* Đọc dữ liệu đầu vào (cơ tính vật liệu, thông số hình học, lưới phần tử, điều kiện biên). Hình dáng của hệ trục được định nghĩa thông qua một tệp M-file hình học, cho phép mô tả chính xác kết cấu có độ phức tạp tùy ý dưới dạng hàm toán học.

(2) *Vòng lặp tính toán phần tử:* Quét qua toàn bộ số lượng phần tử của lưới, sử dụng hàm con *MBbeam* để tự động tính toán ma trận độ cứng và vector tải cho từng phần tử.

(3) *Lắp ráp hệ phương trình toàn kết cấu:* Các ma trận cấp phần tử được gộp vào ma trận độ cứng kết cấu thông qua hàm con *MBasmbly*.

(4) *Khử điều kiện biên và giải phương trình:* Hàm con *MBaplybc* có nhiệm vụ loại bỏ bớt các phương trình từ hệ phương trình toàn cục theo các điều kiện biên đã biết. Sau đó, hệ lệnh của chương trình chính sẽ giải hệ phương trình tuyến tính để tính chuyển vị nút, làm cơ sở xuất ra đồ thị biến thiên của mô-men uốn, lực cắt và ứng suất.

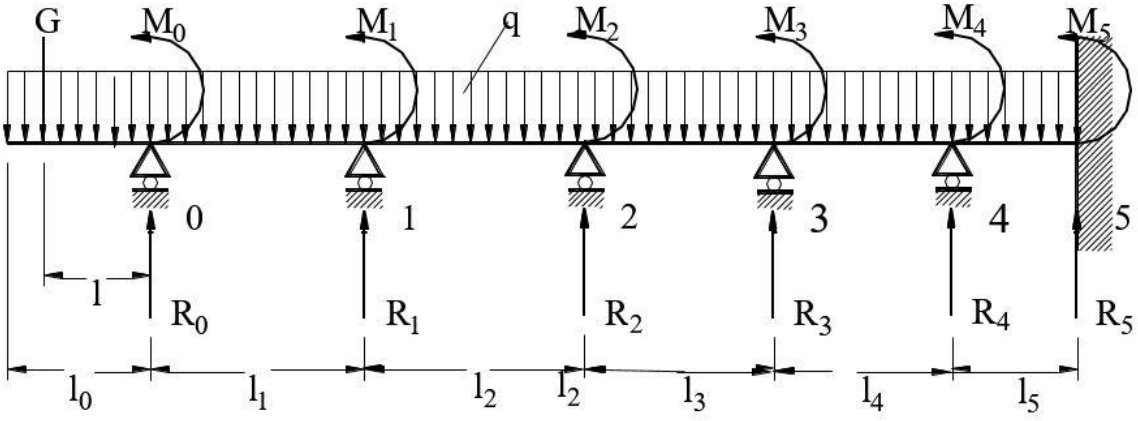
2.3. Tính toán ví dụ và phân tích kết quả

Nhằm kiểm chứng độ tin cậy, chương trình MatBeam được áp dụng để tính phản lực gối đỡ cho hệ trục tàu vận tải quân sự 1.400 tấn - tàu Trường Sa 14. Tàu trang bị máy chính 8NVD48A-1U công suất 1.000 hp, vòng quay 375 v/p. Hệ trục bao gồm 1 đoạn trục chân vịt và 2 đoạn trục trung gian, truyền động trực tiếp và đặt trên 5 gối đỡ. Trọng lượng chân vịt tác dụng lên đầu trục là 825 kG, tải trọng phân bố dọc trục khoảng 3 kG/cm. Trong số cơ bản của hệ trục được cho trong Bảng 1.

Bảng 1. Thông số kích thước và vật liệu các đoạn trục của tàu Trường Sa 14

STT	**Thông số trục**	**Trục trung gian 1** (nối với trục chân vịt)	**Trục trung gian 2** (nối với động cơ)	**Trục chân vịt**
1	Đường kính trục (d)	20 cm	22 cm	21 cm
2	Chiều dài gối đỡ (L_t)	32 cm	25 cm	Gối trước (L_{c1}): 30 cm; gối sau (L_{c2}): 35 cm
3	Chiều dày bạc đỡ (t)	1,5 cm	1,5 cm	2,0 cm
4	Vòng quay trục (n)	375 v/p	375 v/p	375 v/p
5	Vật liệu chế tạo	Thép 45	Thép 45	Thép 45

Hệ trục thực tế tàu Trường Sa 14 được mô hình hóa thành mô hình tính toán như trình bày trên Hình 3. Các thông số chính của mô hình tính được cho trong Bảng 2.

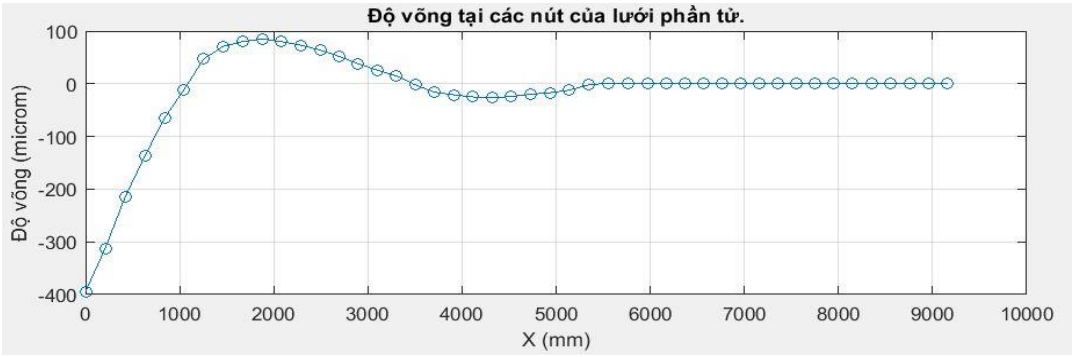


Hình 3. Mô hình tính phản lực gối đỡ hệ trục tàu Trường Sa 14

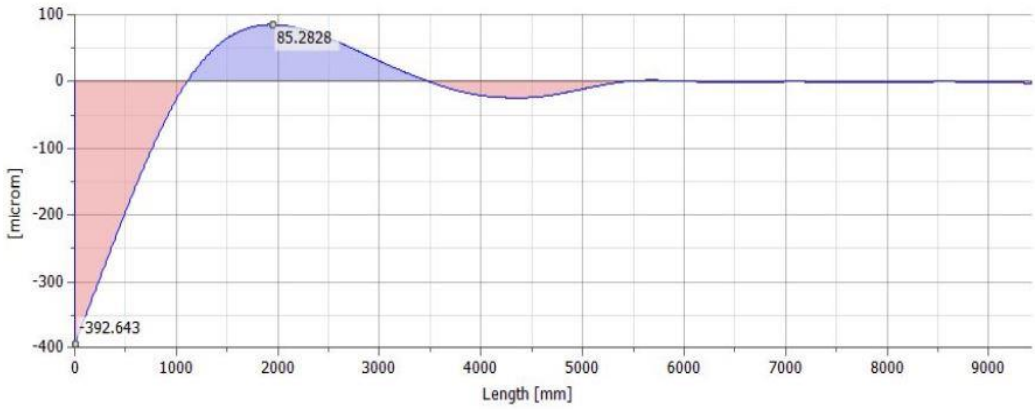
Bảng 2. Các thông số của mô hình dầm tính toán hệ trục tàu Trường Sa 14

Ký hiệu	Ý nghĩa thông số	Đơn vị	Giá trị
G	Trọng lượng tập trung của chân vịt tác dụng lên đầu tự do	kG	825
q	Tải trọng phân bố dọc trục do trọng lượng bản thân	kG/cm	3,98
l	Khoảng cách tính toán	cm	88
*l*0	Chiều dài đoạn dầm treo	cm	103
*l*1	Chiều dài nhịp dầm thứ 1	cm	84
*l*2	Chiều dài nhịp dầm thứ 2	cm	145
*l*3	Chiều dài nhịp dầm thứ 3	cm	162
*l*4	Chiều dài nhịp dầm thứ 4	cm	186
*l*5	Chiều dài nhịp dầm thứ 5	cm	238

Trong phần mềm MatBeam, mô hình toán học của hệ trục được rời rạc hóa thành 45 phần tử dầm 2 nút, liên kết bởi 46 nút. Để đảm bảo tính chính xác, lưới phần tử được chia sao cho điểm đặt các lực tập trung hoặc gối đỡ luôn trùng khớp với tọa độ nút. Cụ thể: Nhịp số 1 chia thành 12 phần tử và đoạn dầm treo chia thành 5 phần tử; nhịp 2 có 9 phần tử,; nhịp 3 có 8 phần tử; nhịp 4 có 7 phần tử và nhịp 5 có 4 phần tử. Kết quả tính toán từ MatBeam được đối chiếu song song với phần mềm thương mại Autodesk Inventor [2] được trình bày trên các hình vẽ từ Hình 4 đến Hình 7.



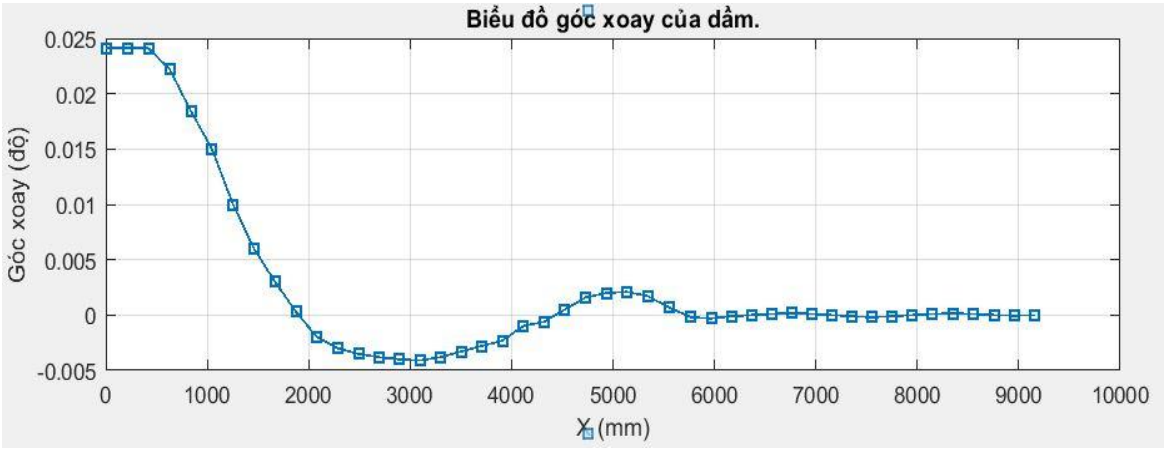
a)



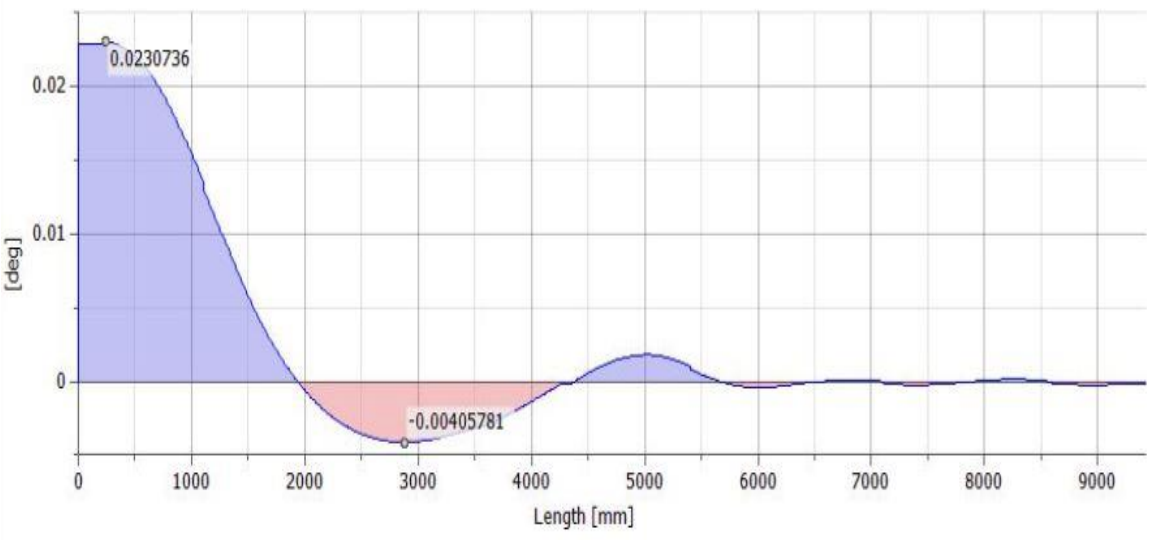
b)

a) - Tính theo MatBeam; b) - Tính theo phần mềm Autodesk Inventor [2]

Hình 4. Biểu đồ độ võng của dầm



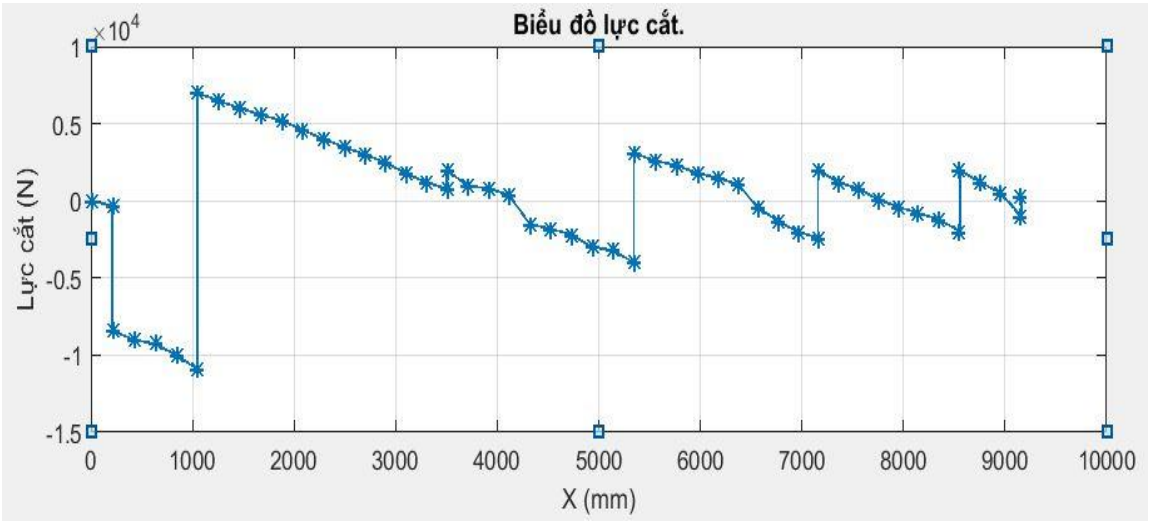
a)



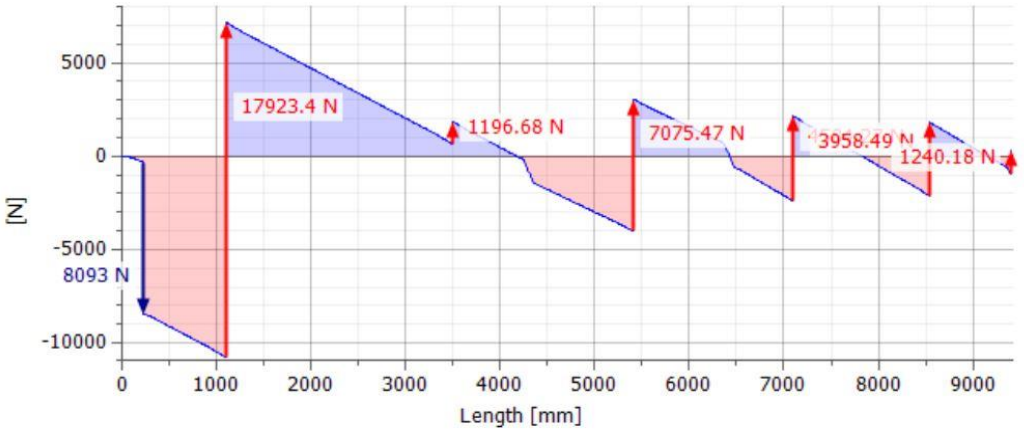
b)

a) - Tính theo MatBeam; b) - Tính theo phần mềm Autodesk Inventor [2]

Hình 5. Biểu đồ góc xoay trong mặt phẳng XY



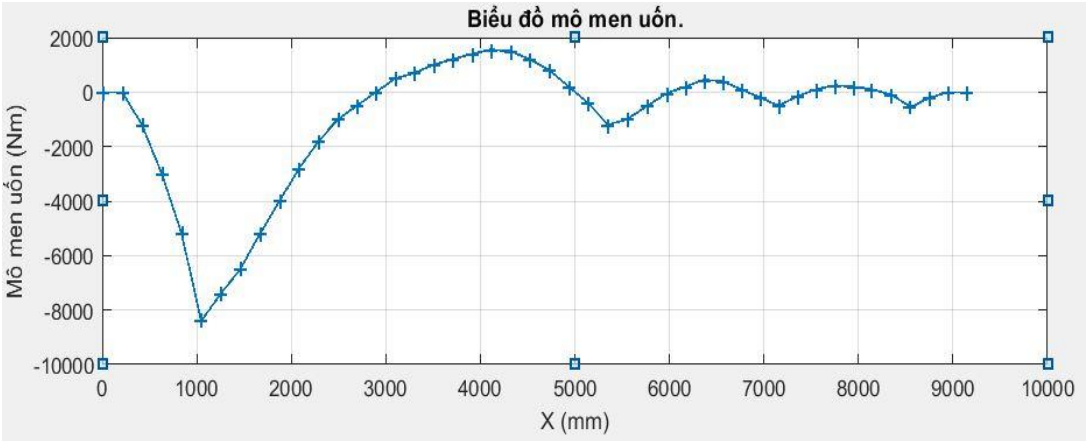
a)



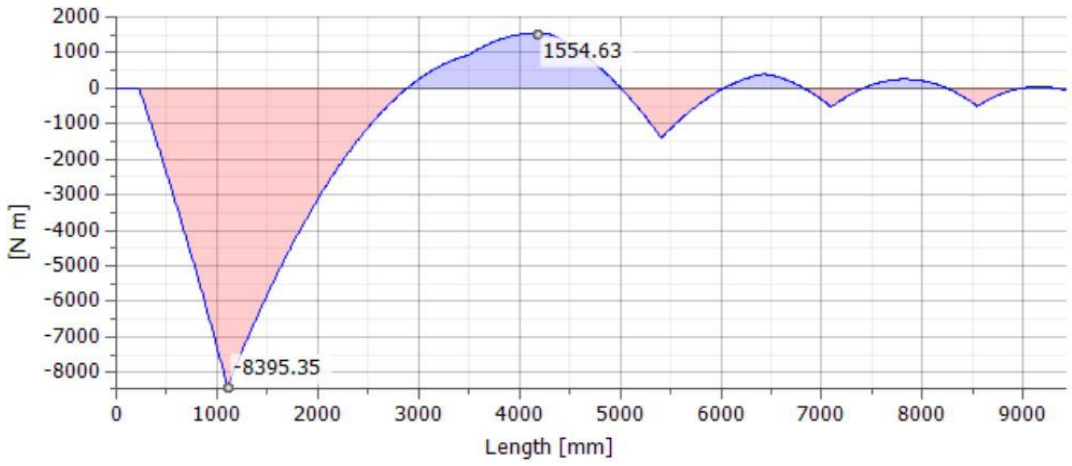
b)

a) - Tính theo MatBeam; b) - Tính theo phần mềm Autodesk Inventor [2]

Hình 6. Biểu đồ lực cắt trong mặt phẳng YZ



a)



b)

a) - Tính theo MatBeam; b) - Tính theo phần mềm Autodesk Inventor [2]

Hình 7. Biểu đồ mô-men uốn

Từ các kết quả thu được cho thấy các điểm nổi bật sau:

- *Về biến dạng (độ võng và góc xoay, Hình 4 và Hình 5):* Biến thiên của độ võng dọc theo chiều dài dầm giảm dần từ đầu trục lắp chân vịt về phía đầu ngàm. Độ võng cực đại xuất hiện tại đầu tự do đạt khoảng 400 *μm* và góc xoay lớn nhất đạt 0,023 độ ngay tại

tâm củ chân vịt. Nhìn chung, độ võng khá nhỏ, chứng tỏ hệ trục có độ cứng lớn. Tại các đoạn trục trung gian, góc xoay gần như bằng 0.

- *Về ứng suất (lực cắt và mô-men uốn, Hình 6 và Hình 7):* Biểu đồ lực cắt thể hiện rõ hiện tượng nhảy bậc tại các tọa độ gối đỡ, giá trị bước nhảy này chính bằng giá trị phản lực do gối tác dụng lên trục. Trong khi đó, mô-men uốn đạt giá trị cực đại tại vị trí gối đỡ sau trục chân vịt.

Sự thay đổi quy luật của biến dạng và ứng suất giữa chương trình MatBeam do tác giả xây dựng mô hình, thuật toán và tự lập trình với phần mềm Autodesk Inventor là hoàn toàn trùng khớp. Tuy nhiên, về mặt giá trị tuyệt đối, kết quả từ MatBeam có phần lớn hơn đôi chút. Điều này có thể giải thích do mật độ chia lưới PTHH ở mức 45 phần tử vẫn còn khá thô, nếu tiếp tục tăng số lượng phần tử thì đường biểu diễn kết quả sẽ hội tụ gần như tuyệt đối.

3. KẾT LUẬN

Tác giả đã áp dụng thành công phương pháp PTHH vào mô hình dầm chịu uốn liên tục nhiều nhịp, qua đó khắc phục được tính gần đúng của phương pháp truyền thống khi tính phản lực gối đỡ hệ trục tàu thủy. Hệ phương trình toán học đã được lập trình trọn gói thành chương trình MatBeam bằng ngôn ngữ MATLAB. Các kết quả mô phỏng trên hệ trục tàu Trường Sa 14 có độ tin cậy và sự thống nhất cao so với các phần mềm chuyên dụng hiện hành trên thế giới, sẵn sàng đáp ứng yêu cầu áp dụng vào thiết kế thực tế cũng như đưa vào làm tài liệu tham khảo chất lượng cho các khối ngành kỹ thuật cơ khí động lực.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Anh Việt, Cao Đức Thiệp, Trần Thế Nam. Thiết kế hệ thống động lực tàu thủy 1. NXB. Hàng hải, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam, 2023.

[2] Cao Đức Thiệp và các tác giả. Phân tích trạng thái ứng suất, biến dạng hệ trục tàu thủy sử dụng phần mềm Autodesk Inventor. Đề tài NCKH cấp Trường năm học 2016 - 2017, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam, 2017.

[3] Cao Đức Thiệp, Lê Đình Dũng, Trương Tiến Phát. Xây dựng chương trình tự động tính toán thiết kế hệ trục tàu thủy lập trình trên phần mềm MATLAB. Tạp chí Giao thông vận tải, số tháng 12, tr. 115-118, 2021.

[4] Nguyễn Mạnh Thường. Tính toán tải trọng các gối trục chân vịt tàu thủy. Tạp chí Giao thông vận tải, số tháng 6, tr. 94-98, 2011.

[5] Zienkiewicz, O. C. and R. L. Taylor. The finite element method for solid and structural mechanics. Elsevier, 2005.

[6] J. Kiusalaas. Numerical methods in engineering with MATLAB. Cambridge University Press, New York, 2005.